CHICOLOAPAN

MATEMÁTICA BÁSICA

Factorización $\Leftrightarrow$ Productos Notables

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$

$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

$(a \mp b)(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \mp b^3$

$(a \mp b)(a^{n-1} \pm a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 \pm \cdots \pm a b^{n-2} + b^{n-1}) = a^n \mp b^n$, para la suma n es impar

LEYES DE LOS EXPONENTES

1.) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2.) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}$

3.) $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

4.) $(ab)^m = a^m \cdot b^m$

5.) $\left[\dfrac{a}{b}\right]^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

6.) $\dfrac{a^m \cdot b^r}{a^n \cdot b^s} = a^{m-n} \cdot b^{r-s}$

LEYES DE LOS RADICALES

1.) $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

2.) $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

3.) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

4.) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

5.) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

FUNCIÓN EXPONENCIAL **FUNCIÓN LOGARÍTMICA**

$$y = a^x \Rightarrow x = \log_a y$$

Función exponencial

1.) $e^0 = 1$

2.) $(e^x)^y = e^{xy} = (e^y)^x$

3.) $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$

4.) $\dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

Función logarítmica

1.) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

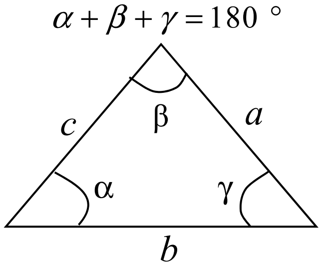
2.) $\ln a^r = r \ln a$

3.) $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

4.) $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a} = \dfrac{\log_{10} x}{\log_{10} a}$

PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$



Ley de Senos

$$\frac{sen\,\alpha}{a} = \frac{sen\,\beta}{b} = \frac{sen\,\gamma}{c}$$

Ley de Cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

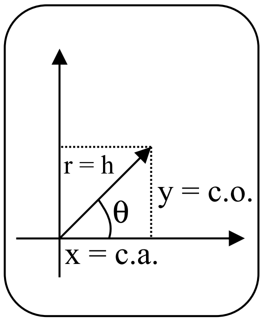
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Ley de Tangentes

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\tan\dfrac{\alpha+\beta}{2}} \qquad \frac{a-c}{a+c} = \frac{\tan\dfrac{\alpha-\gamma}{2}}{\tan\dfrac{\alpha+\gamma}{2}} \qquad \frac{b-c}{b+c} = \frac{\tan\dfrac{\beta-\gamma}{2}}{\tan\dfrac{\beta+\gamma}{2}}$$

CHICOLOAPAN

TRIGONOMETRÍA



$r^2 = x^2 + y^2$

$\mathrm{sen}\,(-\theta) = -\,\mathrm{sen}\,\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

$$\mathrm{sen}\,\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\csc\theta} = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \tan\theta\cos\theta = \frac{\cos\theta}{\cot\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sec\theta} = \sqrt{1-\mathrm{sen}^2\theta} = \cot\theta\,\mathrm{sen}\,\theta = \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{\tan\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{\cot\theta} = \sqrt{\sec^2\theta - 1} = \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{\tan\theta} = \sqrt{\csc^2\theta - 1} = \frac{\cos\theta}{\mathrm{sen}\,\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos\theta} = \sqrt{1+\tan^2\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{1}{\mathrm{sen}\,\theta} = \sqrt{1+\cot^2\theta}$$

$1\,\mathrm{rad} = \dfrac{180}{\pi}$

$180° = \pi\,\mathrm{rad}$

$1° = \dfrac{\pi}{180}\,\mathrm{rad}$

IDENTIDADES PITAGÓRICAS:

$\mathrm{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\quad$ $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$ $\quad$ $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

PRODUCTOS DE SENOS Y CÓSENOS:

$2\,sen\,\alpha\cos\beta = sen\,(\alpha+\beta) + sen\,(\alpha-\beta)$ $\quad$ $2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$

$2\cos\alpha\,sen\,\beta = sen\,(\alpha+\beta) - sen\,(\alpha-\beta)$ $\quad$ $2\,\mathrm{sen}\,\alpha\,sen\beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$

SUMA Y DIFERENCIA DE SENOS Y COSENOS:

$$sen\,\alpha + sen\,\beta = 2\,sen\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \qquad sen\,\alpha - sen\,\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)sen\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\,\mathrm{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)sen\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

SUMA Y DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS:

$$sen\,(\alpha\pm\beta) = sen\,\alpha\cdot\cos\beta \pm \cos\alpha\cdot sen\,\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta \mp \mathrm{sen}\,\alpha\cdot sen\,\beta$$

$$\tan(\alpha\pm\beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\cdot\tan\beta} \qquad \cot(\alpha\pm\beta) = \frac{\cot\alpha\cdot\cot\beta \mp 1}{\cot\alpha \pm \cot\beta}$$

ÁNGULO MITAD:

$$sen\left[\frac{\theta}{2}\right] = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\left[\frac{\theta}{2}\right] = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\left[\frac{\theta}{2}\right] = \frac{1-\cos\theta}{sen\,\theta} = \frac{sen\,\theta}{1+\cos\theta}$$

ÁNGULO DOBLE:

$sen\,2\theta = 2\,sen\,\theta\cdot\cos\theta$	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - sen^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\,sen^2\theta$	$\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$
	$\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$ $\quad$ $sen^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$	$\tan^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta}$

ÁNGULO TRIPLE:

$$sen\,3\theta = 3\,sen\,\theta - 4\,sen^3\theta \qquad \cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta \qquad \tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA

- **D**istancia entre dos puntos:
  1. Si A(x_1, y) y B(x_2, y). Horizontal
     $$d(A,B) = x_2 - x_1$$
  2. Si A(x, y_1) y B(x, y_2). Vertical
     $$d(A,B) = y_2 - y_1$$
  3. Si A(x_1, y_1) y B(x_2, y_2)
     $$d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- **C**oordenadas (x, y) del punto P que divide a un segmento de recta AB en una razón dada.

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{x_1 + r\,x_2}{1+r} \\ y &= \frac{y_1 + r\,y_2}{1+r} \end{aligned}\right\} \; r \neq -1 \; \left\{\begin{aligned} r &= \frac{x - x_1}{x_2 - x} \\ r &= \frac{y - y_1}{y_2 - y} \end{aligned}\right.$$

- **P**unto Medio: $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$, $\bar{y} = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

- **C**álculo del área de un triángulo por medio de sus vértices:

$$Area = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

- COORDENADAS POLARES

$$(x, y) \to (r, \theta)$$

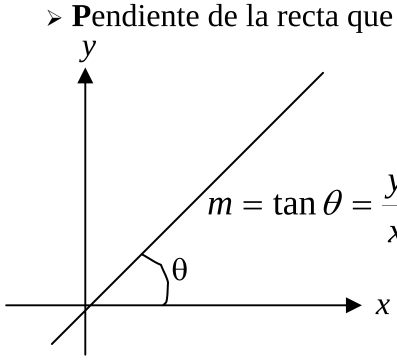
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad x = r\cos\theta$$

$$y = r\,sen\,\theta$$

$$\theta = \arctan\frac{y}{x}$$

LÍNEA RECTA

- **P**endiente de la recta que pasa por P_1 y P_2 .



$$m = \tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad , \quad x_1 \neq x_2$$

- **E**cuación pendiente – ordenada:
  $y = m\,x + b$
  $b =$ ordenada al origen

- **E**cuación punto – pendiente:
  $$y - y_1 = m\left(x - x_1\right)$$

- **E**cuación de dos puntos:
  $$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}\left(x - x_1\right) \;\; , \;\; x_1 \neq x_2$$

- **E**cuación simétrica:
  $$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \qquad , \qquad \begin{aligned} a &= \text{abscisa al origen} \\ b &= \text{ordenada al origen} \end{aligned}$$

- **E**cuación general:
  $$Ax + By + C = 0 \quad , m = -\tfrac{A}{B} \;\; , \;\; b = -\tfrac{C}{B}$$

- **E**cuación en forma de determinante:
  $$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

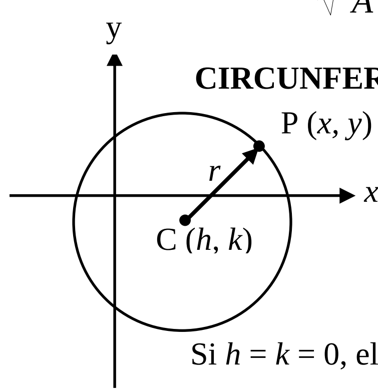
- **C**ondición de paralelismo entre dos rectas l_1 y l_2: $m_1 = m_2$

- **C**ondición de perpendicularidad entre dos rectas l_1 y l_2: $m_1 \cdot m_2 = -1$

- **Á**ngulo formado por dos rectas con pendientes inicial y final m_1 y m_2 respectivamente.
  $$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1} \quad , \;\; m_2 \cdot m_1 \neq -1$$

- **C**álculo de la distancia de un punto a una recta:
  $$d(P,l) = \frac{\left|A\,x_1 + B\,y_1 + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

CIRCUNFERENCIA



$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Si $h = k = 0$, el centro está en el origen.

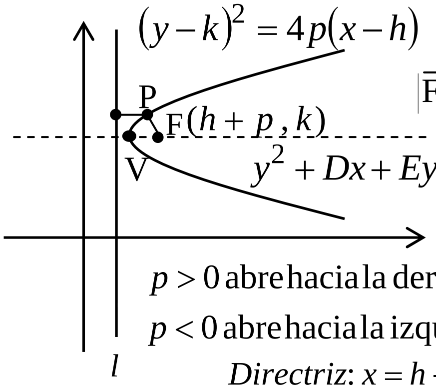
Forma general:

$$x^2 + y^2 + D\,x + E\,y + F = 0$$

CHICOLOAPAN

PARÁBOLA

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$



$$|\overline{FP}| = |\overline{Pl}|$$

$$y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$p > 0$ abre hacia la derecha

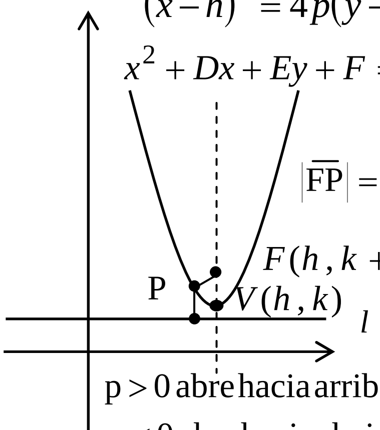
$p < 0$ abre hacia la izquierda

Directriz: $x = h - p$

Lado recto para las 2 ecuaciones = | 4*p* |

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$



$$|\overline{FP}| = |\overline{Pl}|$$

$$y = k - p$$

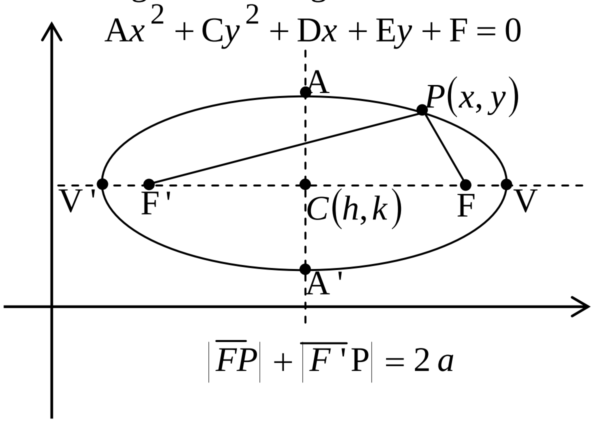
p > 0 abre hacia arriba

p < 0 abre hacia abajo

ELIPSE

signo de A = signo de C

$$\mathrm{A}x^2 + \mathrm{C}y^2 + \mathrm{D}x + \mathrm{E}y + \mathrm{F} = 0$$



$$|\overline{FP}| + |\overline{F'}\mathrm{P}| = 2a$$

- **E**je focal || al eje *x*.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

si $h = k = 0$: $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

- **E**je focal || al eje *y*.

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

si $h = k = 0$: $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$

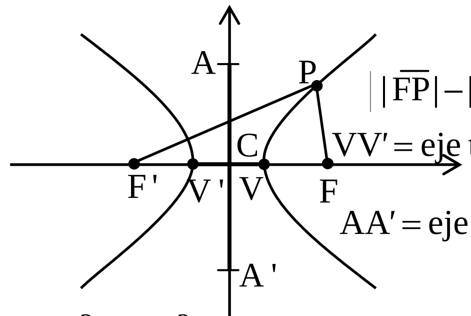
Para ambos casos:

$a^2 = b^2 + c^2$; VV'= 2 *a* ; AA'= 2 *b* ; FF'= 2 *c*

Lado recto = $\dfrac{2b^2}{a}$

Excentricidad = $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1$

HIPÉRBOLA



$$\big||\overline{FP}| - |\overline{F'P}|\big| = 2a$$

$\mathrm{VV'}$ = eje transverso

$\mathrm{AA'}$ = eje conjugado

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

A y C son de signo contrario.

- **E**je focal || al eje x.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

si $h = k = 0$: $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$

- **E**je focal || al eje *y*

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

si $h = k = 0$: $b^2y^2 - a^2x^2 = a^2b^2$

Para ambos casos:

$c^2 = b^2 + a^2$; VV'= 2 *a* ; AA'= 2 *b* ; FF'= 2 *c*

Lado recto = $\dfrac{2b^2}{a}$

Excentricidad = $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} > 1$

FORMULAS DE DERIVACIÓN

a, c y n = constantes. e = función Exp.
u, v y w están en función de x.

1. $\frac{d}{dx}(c)=0$
2. $\frac{d}{dx}(x)=1$
3. $\frac{d}{dx}(\mathbf{u}+\mathbf{v}+\cdots)=\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}+\frac{d\,\mathbf{v}}{dx}+\cdots$
4. $\frac{d}{dx}(c\,\mathbf{u})=c\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}(\mathbf{u}\,\mathbf{v})=\mathbf{v}\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}+\mathbf{u}\frac{d\,\mathbf{v}}{dx}$
6. $\frac{d}{dx}(\mathbf{u}\mathbf{v}\mathbf{w})=\mathbf{v}\mathbf{w}\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}+\mathbf{u}\mathbf{w}\frac{d\,\mathbf{v}}{dx}+\mathbf{u}\mathbf{v}\frac{d\,\mathbf{w}}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}\left(\frac{\mathbf{u}}{c}\right)=\frac{1}{c}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}\quad ;\quad c\neq 0$
8. $\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{u}\right)=-\frac{c}{\mathbf{u}^2}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}\quad ;\quad \mathbf{u}\neq 0$
9. $\frac{d}{dx}\left(\frac{\mathbf{u}}{\mathbf{v}}\right)=\frac{\mathbf{v}\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}-\mathbf{u}\frac{d\,\mathbf{v}}{dx}}{\mathbf{v}^2}\quad ;\quad \mathbf{v}\neq 0$
10. $\frac{d}{dx}\left(x^n\right)=nx^{n-1}$
11. $\frac{d}{dx}\left(\mathbf{u}^n\right)=n\,\mathbf{u}^{n-1}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$

Funciones Trigonométricas

1. $\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}\mathbf{u})=\cos\mathbf{u}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
2. $\frac{d}{dx}(\cos\mathbf{u})=-sen\,\mathbf{u}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(\tan\mathbf{u})=\sec^2\mathbf{u}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(\cot\mathbf{u})=-\csc^2\mathbf{u}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}(\sec\mathbf{u})=\sec\mathbf{u}\cdot\tan\mathbf{u}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
6. $\frac{d}{dx}(\csc\mathbf{u})=-\csc\mathbf{u}\cdot\cot\mathbf{u}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$

Funciones Trigonométricas Inversas

1. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsen}\mathbf{u})=\left(\frac{1}{\sqrt{1-\mathbf{u}^2}}\right)\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
2. $\frac{d}{dx}(\arccos\mathbf{u})=-\left(\frac{1}{\sqrt{1-\mathbf{u}^2}}\right)\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(\arctan\mathbf{u})=\left(\frac{1}{1+\mathbf{u}^2}\right)\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arccot}\mathbf{u})=-\left(\frac{1}{1+\mathbf{u}^2}\right)\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsec}\mathbf{u})=\left(\frac{1}{\mathbf{u}\sqrt{\mathbf{u}^2-1}}\right)\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
6. $\frac{d}{dx}(\operatorname{arccsc}\mathbf{u})=-\left(\frac{1}{\mathbf{u}\sqrt{\mathbf{u}^2-1}}\right)\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$

Funciones Exponencial y Logarítmica

1. $\frac{d}{dx}(\mathbf{log}_a\mathbf{u})=\frac{1}{\mathbf{u}}\cdot\mathbf{log}_a\mathbf{e}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}\quad ;a\neq 1, a>0$
2. $\frac{d}{dx}(\mathbf{ln}\,\mathbf{u})=\frac{1}{\mathbf{u}}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}\left(a^{\mathbf{u}}\right)=a^{\mathbf{u}}\cdot\mathbf{ln}\,a\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}\quad ;a>0$
4. $\frac{d}{dx}\left(\mathbf{e}^{\mathbf{u}}\right)=\mathbf{e}^{\mathbf{u}}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$
5. $\frac{d}{dx}\left(\mathbf{u}^{\mathbf{v}}\right)=\mathbf{v}\,\mathbf{u}^{\mathbf{v}-1}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}+\mathbf{ln}\,\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}^{\mathbf{v}}\cdot\frac{d\,\mathbf{v}}{dx}$

Regla de la Cadena

Si $y=f(\mathbf{u})$ y $\mathbf{u}=g(x)$ entonces $y=f\left[g(x)\right]$

$$y'=\frac{d}{dx}\left[f\{g(x)\}\right]=f'[g(x)]\cdot g'(x)$$

O bien: $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{d\,\mathbf{u}}\cdot\frac{d\,\mathbf{u}}{dx}$

La Diferencial de una función $y=f(x)$:

$$dy=f'(x)\,dx$$

CECYTEM

CHICOLOAPAN

ACADEMIA DEL ÁREA FÍSICO-MATEMÁTICA, Elaboro: I.Q. Bernardino Sánchez Díaz

INTEGRALES INMEDIATAS

***a*, *C* y *n* = constantes.**
u, v y w son función de *x*.

1. $\int dx = x + C$

2. $\int (\mathbf{u} + \mathbf{v} - \mathbf{w}) = \int \mathbf{u} + \int \mathbf{v} - \int \mathbf{w} + C$

3. $\int a\,\mathbf{u}\,d\,\mathbf{u} = a \int \mathbf{u}\,d\,\mathbf{u} + C$

4. $\int \mathbf{u}^n d\mathbf{u} = \dfrac{\mathbf{u}^{n+1}}{n+1} + C \quad ; \quad n \neq -1$

5. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{\mathbf{u}} = \mathbf{ln}\left|\mathbf{u}\right| + C$

6. $\int a^{\mathbf{u}} d\,\mathbf{u} = \dfrac{a^{\mathbf{u}}}{\mathbf{ln}\,a} + C \quad ; \quad a > 0, a \neq 1$

7. $\int \mathbf{e}^{\mathbf{u}}\, d\,\mathbf{u} = \mathbf{e}^{\mathbf{u}} + C$

8. $\int \mathbf{sen\,u}\,d\,\mathbf{u} = -\,\mathbf{cos\,u} + C$

9. $\int \mathbf{cos\,u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{senu} + C$

10. $\int \mathbf{tan\,u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{ln}\left|\mathbf{sec\,u}\right| + C$

11. $\int \mathbf{cot\,u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{ln}\left|\mathbf{sen\,u}\right| + C$

12. $\int \mathbf{sec\,u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{ln}\left|\mathbf{sec\,u} + \mathbf{tan\,u}\right| + C$

13. $\int \mathbf{csc\,u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{ln}\left|\mathbf{csc\,u} - \mathbf{cot\,u}\right| + C$

14. $\int \mathbf{sec}^2\,\mathbf{u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{tan\,u} + C$

15. $\int \mathbf{csc}^2\,\mathbf{u}\,d\,\mathbf{u} = -\,\mathbf{cot\,u} + C$

16. $\int \mathbf{sec\,u\,tan\,u}\,d\,\mathbf{u} = \mathbf{sec\,u} + C$

17. $\int \mathbf{cscu\,cot\,u}\,d\,\mathbf{u} = -\,\mathbf{csc\,u} + C$

18. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{\sqrt{a^2 - \mathbf{u}^2}} = \mathbf{arcsen}\,\dfrac{\mathbf{u}}{a} + C$

19. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{a^2 + \mathbf{u}^2} = \dfrac{1}{a}\,\mathbf{arctan}\,\dfrac{\mathbf{u}}{a} + C$

20. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{\mathbf{u}\sqrt{\mathbf{u}^2 - a^2}} = \dfrac{1}{a}\,\mathbf{arc\,sec}\,\dfrac{\mathbf{u}}{a} + C$

21. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{\mathbf{u}^2 - a^2} = \dfrac{1}{2a}\,\mathbf{ln}\left|\dfrac{\mathbf{u} - a}{\mathbf{u} + a}\right| + C$

22. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{a^2 - \mathbf{u}^2} = \dfrac{1}{2a}\,\mathbf{ln}\left|\dfrac{a + \mathbf{u}}{a - \mathbf{u}}\right| + C$

23. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{\sqrt{\mathbf{u}^2 + a^2}} = \mathbf{ln}\left(\mathbf{u} + \sqrt{\mathbf{u}^2 + a^2}\right) + C$

24. $\int \dfrac{d\,\mathbf{u}}{\sqrt{\mathbf{u}^2 - a^2}} = \mathbf{ln}\left|\mathbf{u} + \sqrt{\mathbf{u}^2 - a^2}\right| + C$

25. $\int \sqrt{a^2 - \mathbf{u}^2}\,d\,\mathbf{u} = \dfrac{1}{2}\,\mathbf{u}\sqrt{a^2 - \mathbf{u}^2} + \dfrac{1}{2}a^2\,\mathbf{arcsen}\,\dfrac{\mathbf{u}}{a} + C$

26. $\int \sqrt{a^2 + \mathbf{u}^2}\,d\,\mathbf{u} = \dfrac{1}{2}\,\mathbf{u}\sqrt{a^2 + \mathbf{u}^2} + \dfrac{1}{2}a^2\,\mathbf{ln}\left(\mathbf{u} + \sqrt{a^2 + \mathbf{u}^2}\right) + C$

27. $\int \sqrt{\mathbf{u}^2 - a^2}\,d\,\mathbf{u} = \dfrac{1}{2}\,\mathbf{u}\sqrt{\mathbf{u}^2 - a^2} - \dfrac{1}{2}a^2\,\mathbf{ln}\left|\mathbf{u} + \sqrt{\mathbf{u}^2 - a^2}\right| + C$

CECYTEM

CHICOLOAPAN

ACADEMIA DEL ÁREA FÍSICO-MATEMÁTICA, Elaboro: *I.Q. Bernardino Sánchez Díaz*

CHICOLOAPAN

MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

INTEGRACIÓN POR PARTES

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CON IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

$A)\ \int \operatorname{sen}^m u \cdot \cos^n u\ du$

Caso I.- Si *m* y *n* son pares y positivos, utilizar:

$$\operatorname{sen}^2 u = \frac{1-\cos 2u}{2} \quad \textbf{y} \quad \cos^2 u = \frac{1+\cos 2u}{2}$$

Caso II.- Si *m* ó *n* son impares y positivos:

a) Si *m* es impar, se factoriza $\operatorname{sen} u\ du$ y se aplica:

$$\operatorname{sen}^2 u = 1-\cos^2 u$$

b) Si *n* es impar, se factoriza $\cos u\ du$ y se aplica:

$$\cos^2 u = 1-\operatorname{sen}^2 u$$

$B)\ \int \tan^m u \cdot \sec^n u\ du$

Caso I.- Si *m* es impar y positiva, se factoriza

$\sec u \tan u\ du$ y se aplica:

$$\tan^2 u = \sec^2 u - 1$$

Caso II.- Si *n* es par y positiva se factoriza

$\sec^2 u\ du$ y se aplica:

$$\sec^2 u = \tan^2 u + 1$$

Caso III.- Si *m* es par y *n* es impar, emplear el método de Integración por Partes.

$C)\ \int \cot^{\mathrm{m}} u \cdot \csc^n u\ \mathrm{d}u$

Caso I.- Si se factoriza $\cot u\ \mathrm{d}u$ ó $\cot^2 u\ \mathrm{d}u$ se aplica:

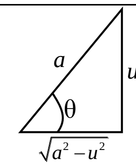
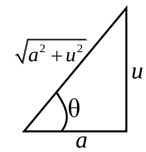
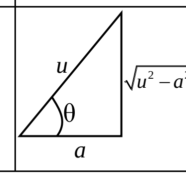
$$\cot^2 u = \csc^2 u - 1$$

Caso II.- Si se factoriza $\csc^2 u\ \mathrm{d}u$ se aplica:

$$\csc^2 u = \cot^2 u + 1$$

Solo aplica cuando n es par.

INTEGRACIÓN POR SUSTITUCIÓN TRIGONOMÉTRICA

Para	Sustituir con	Tomar a *u* como	Triángulo
$\sqrt{a^2-u^2}$	$a\cos\theta$	$u = a\operatorname{sen}\theta$	
$\sqrt{a^2+u^2}$	$a\sec\theta$	$u = a\tan\theta$	
$\sqrt{u^2-a^2}$	$a\tan\theta$	$u = a\sec\theta$	

INTEGRACIÓN POR FRACCIONES PARCIALES

CASO I.- Todos los factores lineales $(ax+b)$ del denominador son distintos. A cada factor $(ax+b)$ le corresponde una sola fracción simple:

$$\frac{A}{ax+b}$$

CASO II.- Algunos factores del denominador se repiten $(ax+b)^n$. El factor $(ax+b)^n$ se transforma en las *n* fracciones simples:

$$\frac{A_1}{ax+b}+\frac{A_2}{(ax+b)^2}+\cdots+\frac{A_n}{(ax+b)^n}$$

Para determinar los valores de las constantes, se hace uso de su representación como fracción.

Caso III.- El denominador contiene factores cuadráticos irreducibles $\left(ax^2+bx+c\right)$, distintos. Para cada factor irreducible le corresponde una fracción simple de la forma:

$$\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$$

Caso IV.- El denominador contiene un factor cuadrático irreducible repetido de la forma $\left(ax^2+bx+c\right)^n$. Para cada factor de este tipo le corresponde una fracción simple de la forma:

$$\frac{A_1x+B_1}{ax^2+bx+c}+\frac{A_2x+B_2}{\left(ax^2+bx+c\right)^2}+\cdots+\frac{A_nx+B_n}{\left(ax^2+bx+c\right)^n}$$

CHICOLOAPAN

LA INTEGRAL DEFINIDA

PROPIEDADES DE LA NOTACIÓN SIGMA

1) $\sum_{i=1}^{n} c = nc$, c = cualquier constante.

2) $\sum_{i=1}^{n} c \cdot f(i) = c \sum_{i=1}^{n} f(i)$

3) $\sum_{i=1}^{n} \left[F(i) + G(i) \right] = \sum_{i=1}^{n} F(i) + \sum_{i=1}^{n} G(i)$

FÓRMULAS IMPORTANTES DE LA NOTACIÓN SIGMA

1) $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

2) $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3) $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

4) $\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30}$

SUMA DE RIEMANN

$$A = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\, \Delta x$$

$$A = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\, \Delta x = \int_a^b f(x)\, dx$$

INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

F = antiderivada

a = límite inferior

b = límite superior

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

1) $\int_a^b k\, f(x)\, dx = k \int_a^b f(x)\, dx$

2) $\int_a^b \left[f(x) + g(x) \right] dx = \int_a^b f(x)\, dx + \int_a^b g(x)\, dx$

3) $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^c f(x)\, dx + \int_c^b f(x)\, dx$

donde a, b y c están en el intervalo cerrado.

4) $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b k\, dx = k(b-a)$

$f(x) = k$.

5) Si $f(x) \geq g(x),\ \forall x \in [a,b]$

$$\int_a^b f(x)\, dx \geq \int_a^b g(x)\, dx$$

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

donde $F \Rightarrow F'(x) = f(x)$

ÁREA BAJO LA CURVA RESPECTO A LOS EJES

$\int_a^b f(x)\, dx$ = [unidades cuadradas]

ÁREA ENTRE DOS CURVAS EN UN INTERVALO

Si $f(x) \geq g(x),\ \forall x \in [a,b]$, entonces el área acotada por las dos gráficas es:

$$A = \int_a^b \left[f(x) - g(x) \right] dx$$