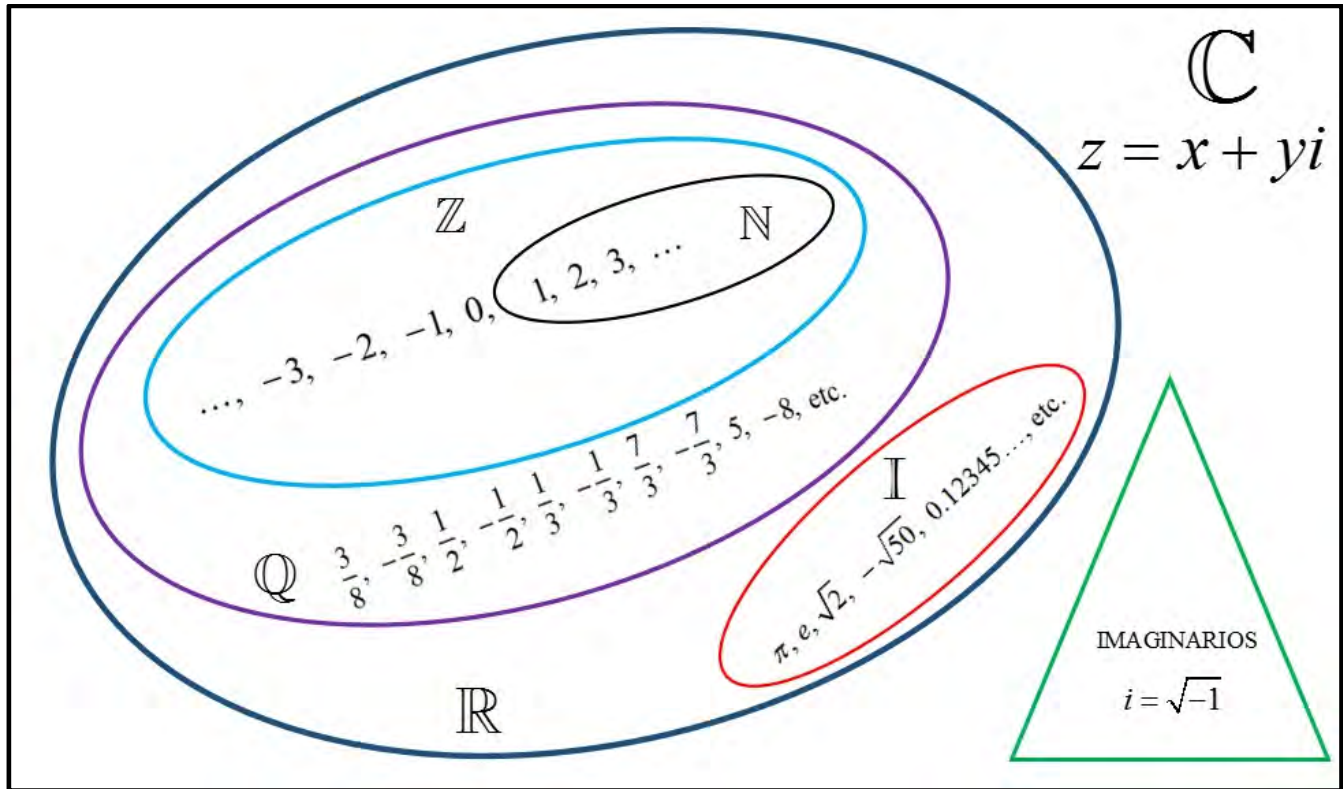


Los números reales  $\mathbb{R}$ , son un subconjunto de un conjunto más grande llamado conjunto de números complejos  $\mathbb{C}$ . El conjunto de números reales está formado por todos los números que aparecen en la recta numérica y a su vez está integrado por los subconjuntos de los números naturales  $\mathbb{N}$ , los números enteros  $\mathbb{Z}$ , los números racionales  $\mathbb{Q}$  y los números irracionales  $\mathbb{I}$ .



**Números Naturales:** Conjunto de números integrado por los enteros positivos.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$$

**Números Enteros:** Conjunto de números integrado por los enteros negativos, los enteros positivos y el cero.

$$\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots$$

**Números Racionales:** es el conjunto que se compone de todos los números que pueden escribirse como un cociente  $\frac{a}{b}$ , donde  $a$  y  $b$  son enteros y  $b$  es distinto de cero.

Todas las fracciones del tipo  $\frac{a}{b}$ ,  $b \neq 0$ :  $\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{7}{3}, \dots, etc.$

La forma decimal de un número racional siempre termina o se repite:

$$\frac{1}{4} = 0.25, \quad \frac{1}{3} = 0.333333\overline{3}, \quad \frac{1}{6} = 0.166666\overline{6}$$

Todos los enteros: 
$$\begin{cases} 100 = \frac{100}{1} = \frac{200}{2} = \frac{400}{4} = \dots = etc. \\ -10 = -\frac{10}{1} = -\frac{20}{2} = -\frac{40}{4} = \dots = etc. \end{cases}$$

**Números irracionales:** se componen de todos los números reales que no pueden escribirse como el cociente de dos enteros.

$$\sqrt{2}, -\sqrt{50}, 0.12345\dots, -5.1223334444\dots, 8.101001000\dots, \pi, e, etc.$$

La forma decimal de un número irracional nunca termina y nunca se repite.

## OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

### a) Valor Absoluto de $n$

El valor absoluto de un número  $n$  es la distancia de  $n$  a cero, por lo que el valor absoluto de cualquier número real siempre será un valor positivo.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{si } a > 0 \\ 0, & \text{si } a = 0 \\ -a, & \text{si } a < 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} |8| = 8 \\ |-7| = -(-7) = 7 \end{array}$$

### b) Suma

Si ambos números tienen el mismo signo, sume sus valores absolutos y asigne el signo en común a la suma. Si los números tienen signos diferentes, reste sus valores absolutos y asigne el signo del número con mayor valor absoluto.

$$\begin{array}{ll} -3 - 5 = -8 & 3 + 5 = 8 \\ -3 + 5 = 2 & 3 - 5 = -2 \end{array}$$

### c) Resta

Es un caso particular de la suma:  $a - b = a + (-b)$   $3 - 5 = 3 + (-5) = -2$

### d) Multiplicación y División

Las leyes de los signos **solo** se aplican en las operaciones de multiplicación y división:

1. Signos iguales, el resultado es positivo.
2. Signos contrarios, el resultado es negativo.

### e) Exponentes

$a^n$ ,  $a$  es la base y  $n$  es el exponente, e indica el número de veces que la base se multiplica por sí misma.  $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Las siguientes leyes **solo se aplican** a la multiplicación y división:

### Leyes de los Exponentes

1.)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2.)  $\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}$

3.)  $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

4.)  $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

5.)  $\left[\frac{a}{b}\right]^m = \frac{a^m}{b^m}$

6.)  $\frac{a^m \cdot b^r}{a^n \cdot b^s} = a^{m-n} \cdot b^{r-s}$

### Leyes de los Radicales

1.)  $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

2.)  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$

3.)  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

4.)  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

5.)  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

### Además:

1. Cualquier cantidad que se eleva a una **potencia par**, el resultado será siempre positivo:

$$(2)^4 = 16$$

$$(-2)^4 = 16$$

2. Cualquier cantidad que se eleva a una **potencia impar**, el resultado siempre conserva su signo:

$$(2)^5 = 32$$

$$(-2)^5 = -32$$

### f) Orden de las Operaciones

1. Se simplifican los signos de agrupación, ( ), { }, [ ],  $\frac{\quad}{\quad}$ .
2. Exponentes y Radicales.
3. Multiplicaciones y Divisiones.
4. Sumas y Restas.

### g) Propiedades de la Suma y la Multiplicación

Propiedad	Suma	Multiplicación
<b>Conmutativa</b>	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
<b>Asociativa</b>	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

### h) Elemento Identidad e inverso de la Suma y la Multiplicación

Elemento	Suma	Multiplicación
<b>Identidad</b>	$0 = 1 - 1 = 2 - 2 = 3 - 3 = etc - etc$	$1 = \frac{1}{1} = \frac{-5}{-5} = \frac{240}{240} = \frac{etc}{etc}, \frac{0}{0} \neq 1$
<b>Inverso</b>	El inverso aditivo (Opuesto) de cualquier entero "a" es "- a"	El inverso multiplicativo de "a" es " $\frac{1}{a}$ ", si a es distinta de cero

### i) La multiplicación es distributiva sobre la adición

Sean a, b y c:  $a(b + c) = ab + ac$

## Para los Números Racionales

**Números Primos:** Un entero positivo  $P$  diferente de 1, es primo si sus únicos factores positivos son 1 y  $P$ :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

**Teorema Fundamental de la aritmética:** Todo entero positivo diferente de 1 se puede expresar como el producto de números primos según una y solo una forma.

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \qquad 126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \qquad 540 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

### Mínimo Común Múltiplo (mcm) y Máximo Común Divisor (MCD)

El mcm de dos o más números naturales es el menor número natural que es múltiplo de todos ellos, es decir, el mcm es el número más pequeño que es divisible entre esos números naturales.

El MCD de dos o más números naturales es el mayor número que divide a los números naturales quedando como residuo cero.

**Ejemplo:** Obtener el mcm y el MCD de los números 24, 28 y 32.

24	28	32	2		24	28	32	2	
12	14	16	2		12	14	16	2	
6	7	8	2		6	7	8		
3	7	4	2						$MCD = 2 \cdot 2 = 4$
3	7	2	2						
3	7	1	3						
1	7	1	7	$mcm = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^5 \cdot 3 \cdot 7 = 672$					
1	1	1							

### Fracción, Cociente

$\frac{a}{b} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}, \quad b \neq 0$

Que se lee: cociente de  $a$  entre  $b$  o fracción de  $a$  sobre  $b$  o razón de un número  $a$  con respecto a un número  $b$  o proporción de  $a$  sobre  $b$ .

### Propiedades

Los denominadores son distintos de cero.

- 1)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  si  $ad = bc$ , cálculo de proporciones (regla de tres).
- 2)  $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$ , propiedad fundamental de las fracciones, principio de las fracciones equivalentes.

$$\frac{72}{120} = \frac{36 \cdot \cancel{2}}{60 \cdot \cancel{2}} = \frac{18 \cdot \cancel{2}}{30 \cdot \cancel{2}} = \frac{9 \cdot \cancel{2}}{15 \cdot \cancel{2}} = \frac{3 \cdot \cancel{3}}{5 \cdot \cancel{3}} = \frac{3}{5} \qquad \text{o} \qquad \frac{72}{120} = \frac{3 \cdot \cancel{24}}{5 \cdot \cancel{24}} = \frac{3}{5}$$

$$3) \frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{3}{-7} = \frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$$

$$4) \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$-\frac{3}{7} - \frac{5}{7} = \frac{-3-5}{7} = -\frac{8}{7} = -1\frac{1}{7}$$

$$5) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$-\frac{3}{7} + \frac{5}{6} = \frac{-3(6)+7(5)}{7(6)} = \frac{-18+35}{42} = \frac{17}{42}$$

$$6) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$-\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{3(5)}{7(6)} = -\frac{15}{42} = -\frac{5(\cancel{3})}{14(\cancel{3})} = -\frac{5}{14}$$

$$7) \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \\ \text{Medios por medios, extremos por extremos:} \\ \text{o } \frac{a}{b} = \frac{ad}{bc} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = -\frac{3(6)}{7(5)} = -\frac{18}{35} \\ -\frac{3}{7} = -\frac{3(6)}{7(5)} = -\frac{18}{35} \\ \frac{5}{6} \end{array}$$

Para suma y resta de fracciones empleando el **m.c.m.**:

**Ejemplo 1:**  $\frac{7}{12} - \frac{9}{8} = \frac{2(7)-3(9)}{24} = \frac{14-27}{24} = -\frac{13}{24}$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 8 & 2 \\ \hline \end{array} \quad mcm = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Se divide el m.c.m. entre cada divisor y el resultado se multiplica por el numerador:

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \frac{24}{12} = 2, \quad \frac{24}{8} = 3$$

**Ejemplo 2:**  $\frac{19}{24} + \frac{5}{28} - \frac{11}{32} = \frac{28(19)+24(5)-21(11)}{672} = \frac{532+120-231}{672} = \frac{421}{672}$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 8 & 2 \\ 7 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \\ \hline \end{array} \quad mcm = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 672$$

Se divide el m.c.m. entre cada divisor y el resultado se multiplica por el

numerador:  $\frac{672}{24} = 28, \quad \frac{672}{28} = 24, \quad \frac{672}{32} = 21$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ 3 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \\ 1 & 7 \\ \hline \end{array}$$

Obtenga el valor de cada una de las siguientes expresiones:

- |   |   |                             |
|---|---|-----------------------------|
| 1. $8 \times 4 + 6 \times 3$              | 2. $9 \times 7 + 3 \times 12$             | 3. $7 + 8(4 + 5)$           |
| 4. $15 + 5(11 + 9)$                       | 5. $12 + (-7) - (-8)$                     | 6. $13 + (8 - 10)$          |
| 7. $10 - (12 - 20)$                       | 8. $-15 + (-16 + 7)$                      | 9. $-8 - (9 - 15)$          |
| 10. $-12 - (13 - 4)$                      | 11. $6 + 4(-3)$                           | 12. $-15 + 5(-2)$           |
| 13. $7 - 6(-4)$                           | 14. $-20 - 8(-5)$                         | 15. $7(-8) + 6$             |
| 16. $-10(-8) + 8$                         | 17. $8 + 12(3 - 9)$                       | 18. $4 + 7(7 - 12)$         |
| 19. $9 - 6(13 - 9)$                       | 20. $15 - 8(4 - 10)$                      | 21. $35 - 14 \div 7$        |
| 22. $33 - 11 \div (-11)$                  | 23. $-20 - 10 \div (-5)$                  | 24. $-12 - 8 \div (-4)$     |
| 25. $-18 \div 6 + 3$                      | 26. $-40 \div 4 + 4$                      | 27. $16 \div 8 \times (-2)$ |
| 28. $7 - 2(-3) + 6(4) - 8$                | 29. $10 + 5(-4) - 6(-2) - 7(3)$           |                             |
| 30. $16 + 4(-5) + 7(2) - 1$               | 31. $9 - 9(-2) + 3(-1) - 7$               |                             |
| 32. $13 - 3 \times 5 + 6(-8) + 11$        | 33. $6 \times 2 + 3(-8) - 7 + (-3)$       |                             |
| 34. $10 - 5(3 - 6) + 2(8 - 7)$            | 35. $15 - 5(6 - 10) + 4(7 + 2)$           |                             |
| 36. $9 - 4(5 - 5) + 6(2 + 3)$             | 37. $7 - 2(8 + 4) - 7(2 - 5)$             |                             |
| 38. $4 \div 4 \times 4 - 4 \times 4 + 4$  | 39. $28 \div 4 + 3 - 8 \div 4 + 2$        |                             |
| 40. $12 \div 6 \times 2 - 2 + 8 \times 2$ | 41. $32 \div 8 \times 4 - 4 \times 7 + 3$ |                             |
| 42. Reste 15 de 10                        | 43. Reste -8 de 9                         |                             |
| 44. Reste 12 de -20                       | 45. Reste -16 de -3.                      |                             |

Encuentre el M.C.D. y el m.c.m. de los números siguientes:

- |                 |                |                |
|-----------------|----------------|----------------|
| 46. 4, 6, 15    | 47. 6, 8, 10   | 48. 7, 8, 14   |
| 49. 9, 12, 15   | 50. 8, 18, 36  | 51. 21, 28, 42 |
| 52. 24, 30, 36  | 53. 24, 32, 40 | 54. 27, 36, 54 |
| 55. 34, 68, 102 | 56. 36, 45, 54 | 57. 39, 52, 65 |

Efectúe las siguientes operaciones con fracciones y reduzca:

- |   |  |  |                                  |
|---|--|--|----------------------------------|
| 58. $\frac{5}{7} + \frac{8}{3}$                   | 59. $\frac{7}{18} + \frac{7}{12}$                  | 60. $\frac{4}{11} + \frac{10}{33}$               | 61. $\frac{7}{4} - \frac{1}{6}$  |
| 62. $\frac{11}{6} - \frac{2}{9}$                  | 63. $\frac{9}{10} - \frac{7}{15}$                  | 64. $\frac{2}{3} - \frac{7}{8}$                  | 65. $\frac{7}{12} - \frac{9}{8}$ |
| 66. $-\frac{5}{6} + \frac{5}{8}$                  | 67. $-\frac{8}{9} + \frac{3}{4}$                   | 68. $-\frac{4}{9} - \frac{5}{12}$                | 69. $-\frac{3}{8} - \frac{4}{9}$ |
| 70. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$     | 71. $\frac{5}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{6}$      | 72. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{5}{9}$    |                                  |
| 73. $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{8}$     | 74. $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} - \frac{5}{12}$     | 75. $\frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{1}{12}$   |                                  |
| 76. $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{9}{10}$    | 77. $\frac{3}{4} - \frac{5}{9} + \frac{7}{12}$     | 78. $\frac{5}{4} - \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$    |                                  |
| 79. $\frac{1}{6} + \frac{6}{7} - \frac{3}{14}$    | 80. $\frac{2}{3} - \frac{1}{8} + \frac{9}{16}$     | 81. $\frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{11}{16}$ |                                  |
| 82. $\frac{7}{12} - \frac{11}{18} - \frac{5}{24}$ | 83. $\frac{10}{21} + \frac{9}{14} - \frac{13}{28}$ | 84. $\frac{5}{6} - \frac{7}{9} + \frac{4}{15}$   |                                  |

85.  $\frac{9}{16} - \frac{7}{18} - \frac{13}{24}$

86.  $\frac{19}{24} + \frac{5}{28} + \frac{11}{32}$

87.  $\frac{13}{30} - \frac{16}{35} - \frac{9}{40}$

Efectúe las operaciones indicadas y simplifique:

88.  $\frac{18}{14} \times \frac{35}{27}$

89.  $\frac{26}{-8} \times \frac{32}{39}$

90.  $\frac{56}{24} \times \frac{-9}{42}$

91.  $\frac{-24}{51} \times \frac{34}{-40}$

92.  $\frac{12}{56} \div \frac{16}{35}$

93.  $-\frac{28}{81} \div \frac{35}{18}$

94.  $\frac{16}{55} \div \left(-\frac{40}{33}\right)$

95.  $-\frac{24}{38} \div \left(-\frac{27}{57}\right)$

96.  $\frac{12}{46} \times \frac{69}{9} \times \frac{27}{8}$

97.  $\frac{9}{4} \times \frac{16}{15} \times \frac{20}{21}$

98.  $\frac{7}{8} \times \frac{12}{28} \times \frac{16}{9}$

99.  $\frac{7}{9} \div \frac{8}{3} \times \frac{6}{5}$

100.  $\frac{15}{26} \div \frac{10}{39} \times \frac{4}{5}$

101.  $\frac{12}{55} \times \frac{22}{7} \div \frac{15}{14}$

102.  $\frac{36}{85} \times \frac{34}{27} \div \frac{8}{15}$

103.  $\frac{10}{16} \times \frac{64}{3} \div 20$

104.  $\frac{14}{8} \times \frac{81}{21} \div 27$

105.  $\frac{25}{28} \div \frac{15}{14} \div \frac{5}{9}$

106.  $\frac{32}{39} \div \frac{64}{51} \div \frac{17}{52}$

107.  $\frac{33}{38} \div \left(\frac{26}{57} \times \frac{22}{13}\right)$

108.  $\frac{8}{27} \div \left(\frac{128}{81} \times \frac{15}{16}\right)$

109.  $\frac{5}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{7}{6}$

110.  $\frac{3}{8} + \frac{9}{8} \times \frac{4}{3}$

111.  $\frac{7}{4} + \frac{5}{16} \times \frac{4}{15}$

112.  $\frac{10}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{14}{9}$

113.  $\frac{4}{9} - \frac{13}{9} \times \frac{3}{26}$

114.  $\frac{5}{12} - \frac{17}{12} \times \frac{3}{34}$

115.  $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \div \frac{3}{2}$

116.  $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} \div \frac{6}{13}$

117.  $\frac{5}{9} + \frac{14}{27} \div \frac{7}{3}$

118.  $\frac{13}{11} - \frac{2}{11} \div \frac{4}{3}$

119.  $\frac{11}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{6}{5}$

120.  $\frac{12}{5} - \frac{2}{5} \div \frac{4}{9}$

121.  $\frac{2}{3} + \frac{7}{8} \times \frac{2}{7} - \frac{1}{6}$

122.  $\frac{1}{2} - \frac{3}{10} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{8}$

123.  $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} - \frac{3}{2}$

124.  $\frac{5}{8} - \frac{3}{32} \div \frac{1}{4} + \frac{7}{4}$

125.  $\frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{9}\right) + \frac{5}{6}$

126.  $\frac{5}{6} + \frac{7}{6} \left(\frac{5}{12} - \frac{13}{18}\right)$

127.  $\frac{11}{14} - \frac{10}{21} \left(\frac{7}{5} - \frac{28}{25}\right)$

128.  $\frac{7}{11} - \frac{7}{11} \left(\frac{11}{14} + \frac{11}{7}\right)$

129.  $\frac{4}{15} \div \left(\frac{7}{30} + \frac{1}{60}\right) - \frac{12}{25}$

130.  $\frac{13}{17} - \frac{3}{17} \div \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{9}\right)$

131.  $\frac{23}{24} - \frac{7}{12} \div \left(\frac{35}{36} - \frac{7}{9}\right)$

132.  $\frac{17}{20} + \frac{3}{20} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{10}\right)$

Obtenga el valor numérico de cada una de las siguientes expresiones:

- |                     |                     |                      |                      |
|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 82. $2^2 + 3^2$     | 83. $2^2 + 2^4$     | 84. $5^3 - 4^3$      | 85. $3^3 - 2^3$      |
| 86. $(2 + 3)^2$     | 87. $(3 + 1)^4$     | 88. $(4 - 3)^{10}$   | 89. $(6 - 2)^3$      |
| 90. $(5 - 7)^3$     | 91. $(6 - 9)^3$     | 92. $(-3)^4$         | 93. $(-4)^2$         |
| 94. $(-2)^5$        | 95. $(-3)^5$        | 96. $-(-3)^2$        | 97. $-(-2)^4$        |
| 98. $-(-3)^3$       | 99. $-(-2)^5$       | 100. $2^3 \cdot 3^2$ | 101. $2^2 \cdot 3^2$ |
| 102. $7^2(-2)^3$    | 103. $5^2(-4)^2$    | 104. $3^2(-2)^2$     | 105. $2^3(-3^2)$     |
| 106. $(-1)^6(2^6)$  | 107. $(-1)^3(-2)^4$ | 108. $(-1)^3(-3)^5$  | 109. $(-2)^3(-3)^2$  |
| 110. $(-2^2)(-2)^2$ | 111. $(-3^2)(-2)^4$ | 112. $(-5^2)(-2)^3$  | 113. $(-4)^2(-5^2)$  |
| 114. $(-2^3)(-3^2)$ | 115. $(-2^2)(-3^3)$ | 116. $(-5^3)(-2^4)$  |                      |

Factorice los números siguientes en sus factores primos y escriba sus respuestas usando exponentes:

- |         |          |          |          |          |          |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 117. 18 | 118. 32  | 119. 36  | 120. 48  | 121. 50  | 122. 72  |
| 123. 96 | 124. 108 | 125. 120 | 126. 144 | 127. 162 | 128. 216 |

Simplifique aplicando las leyes de los exponentes.

- |                              |                           |                           |                             |
|------------------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| 1. $\frac{2^5}{2}$           | 2. $\frac{2^8}{2^6}$      | 3. $\frac{2^8}{2^4}$      | 4. $\frac{3^6}{3^3}$        |
| 5. $\frac{3}{3^4}$           | 6. $\frac{3^4}{3^5}$      | 7. $\frac{3^2}{3^6}$      | 8. $\frac{5^4}{5^6}$        |
| 9. $\frac{-2^{14}}{2^7}$     | 10. $\frac{-3^4}{3^6}$    | 11. $\frac{5^3}{-5^6}$    | 12. $\frac{7^5}{-7^2}$      |
| 13. $\frac{(-2)^3}{2^6}$     | 14. $\frac{(-3)^3}{3^2}$  | 15. $\frac{(-3)^4}{3^4}$  | 16. $\frac{(-2)^6}{2^3}$    |
| 17. $\frac{a^5}{a^2}$        | 18. $\frac{x^8}{x^4}$     | 19. $\frac{x^3}{x}$       | 20. $\frac{a^9}{a^3}$       |
| 21. $\frac{a^6}{a^{12}}$     | 22. $\frac{a^4}{a^6}$     | 23. $\frac{x^2}{x^8}$     | 24. $\frac{x}{x^5}$         |
| 25. $\frac{x^{10}}{x^{10}}$  | 26. $\frac{x^7}{x^7}$     | 27. $\frac{a^2}{a^2}$     | 28. $\frac{a^{11}}{a^{11}}$ |
| 29. $\frac{-a^3}{a^5}$       | 30. $\frac{-a^9}{a^6}$    | 31. $\frac{b^{10}}{-b^6}$ | 32. $\frac{b^4}{-b^4}$      |
| 33. $\frac{(-a)^3}{a^4}$     | 34. $\frac{(-a)^5}{a^2}$  | 35. $\frac{a^5}{(-a)^8}$  | 36. $\frac{a^3}{(-a)^6}$    |
| 37. $\frac{(-a)^8}{-a^{10}}$ | 38. $\frac{-a^4}{(-a)^4}$ | 39. $\frac{(-a)^7}{-a^7}$ | 40. $\frac{a^6}{-(-a)^3}$   |

Efectúe las operaciones indicadas y simplifique:

- |  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 1. $3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{5}{3}}$ | 2. $3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{3}}$ | 3. $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$ | 4. $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}$ |
| 5. $2^2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$             | 6. $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}}$ | 7. $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$ | 8. $7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}$ |



- |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 9. $4 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$          | 10. $8 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$         | 11. $9 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$         | 12. $27 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$        |
| 29. $(2^{\frac{3}{4}})^4$             | 30. $(2^{\frac{5}{3}})^3$             | 31. $(\frac{1}{3^6})^6$               | 32. $(5^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$ |
| 33. $(7^{\frac{4}{5}})^{\frac{5}{2}}$ | 34. $(2^{\frac{2}{3}})^{\frac{9}{2}}$ | 35. $(3^{\frac{3}{4}})^{\frac{2}{3}}$ | 36. $(7^{\frac{5}{6}})^{\frac{3}{5}}$ |
| 37. $(x^2)^{\frac{3}{2}}$             | 38. $(x^3)^{\frac{2}{3}}$             | 39. $(x^6)^{\frac{1}{2}}$             | 40. $(x^4)^{\frac{3}{2}}$             |
| 41. $(x^{\frac{4}{3}})^3$             | 42. $(x^{\frac{5}{2}})^3$             | 43. $(x^6)^3$                         | 44. $(x^{\frac{5}{2}})^{\frac{4}{5}}$ |
| 45. $9^{\frac{1}{2}}$                 | 46. $4^{\frac{3}{2}}$                 | 47. $(-8)^{\frac{1}{3}}$              | 48. $(-27)^{\frac{1}{3}}$             |
| 49. $(-4)^{\frac{1}{2}}$              | 50. $(-9)^{\frac{1}{2}}$              | 51. $16^{\frac{3}{4}}$                | 52. $8^{\frac{2}{3}}$                 |
| 53. $125^{\frac{1}{3}}$               | 54. $32^{\frac{2}{5}}$                | 55. $81^{\frac{3}{4}}$                | 56. $27^{\frac{4}{3}}$                |
| 57. $64^{\frac{5}{6}}$                | 58. $36^{\frac{3}{2}}$                | 59. $100^{\frac{5}{2}}$               | 60. $216^{\frac{2}{3}}$               |

Efectúe las operaciones indicadas y simplifique:

- |  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| 1. $\frac{2^2}{2^{\frac{3}{2}}}$             | 2. $\frac{3^3}{3^{\frac{2}{3}}}$             | 3. $\frac{5^3}{5^4}$                         | 4. $\frac{7^5}{7}$                            |
| 5. $\frac{3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}}$ | 6. $\frac{5^{\frac{5}{6}}}{5^{\frac{1}{6}}}$ | 7. $\frac{7^{\frac{3}{2}}}{7^{\frac{3}{4}}}$ | 8. $\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}$  |
| 9. $\frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}$ | 10. $\frac{4}{2^{\frac{1}{2}}}$              | 11. $\frac{8}{2^{\frac{3}{2}}}$              | 12. $\frac{3^{\frac{4}{3}}}{9}$               |
| 13. $\frac{3^{\frac{5}{3}}}{27}$             | 14. $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2}$            | 15. $\frac{x^3}{x^{\frac{1}{3}}}$            | 16. $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}}}$ |

Simplifique las siguientes expresiones y escriba las respuestas con exponentes positivos:

- |                        |                    |                      |
|------------------------|--------------------|----------------------|
| 1. $1^0$               | 2. $-3^0$          | 3. $(-4)^0$          |
| 4. $\frac{2}{3^0}$     | 5. $\frac{7^0}{9}$ | 6. $(\frac{3}{2})^0$ |
| 7. $(\frac{25}{17})^0$ | 8. $2x^0$          | 9. $3^0x$            |
| 10. $(2^0)^{100}$      | 11. $(x^0)^8$      | 12. $(3^{20})^0$     |

13.  $(2 + 7^0)^4$       14.  $(9^0 + 1)^6$       15.  $(3 - 5^0)^5$   
 16.  $(4 - 3^0)^3$       17.  $(5x^0)^2$       18.  $(2^0x)^8$   
 19.  $(3x^4)^0$       20.  $(7x^5)^0$       21.  $2x^0(x - 2)$   
 22.  $4x(x^2 + 12)^0$       23.  $(2 + x^0)^3$       24.  $(2 - x^0)^{20}$   
 25.  $4^{-1}$       26.  $5^{-2}$       27.  $\frac{1}{20^{-1}}$   
 28.  $\frac{\cdot 1}{37^{-1}}$       29.  $3 \cdot 5^{-1}$       30.  $7^{-1} \cdot 4$   
 31.  $2 \cdot 3^{-2}$       32.  $3^{-1} \cdot 8$       33.  $2^4 \cdot 2^{-2}$   
 34.  $3^{-1} \cdot 3^3$       35.  $5^{-1} \cdot 5^{-2}$       36.  $2^{-3} \cdot 2^{-4}$   
 37.  $3.6 \times 10^{-2}$       38.  $2.17 \times 10^{-3}$   
 39.  $4 \times 10^{-1}$       40.  $7.83 \times 10^0$   
 41.  $x^{-2}$       42.  $3x^{-4}$       43.  $\frac{5}{x^{-3}}$   
 44.  $\frac{2}{x^{-2}}$       45.  $x^3 \cdot x^{-1}$       46.  $x^{-5} \cdot x^7$   
 47.  $x^{-6} \cdot x^2$       48.  $2x^5 \cdot x^{-7}$       49.  $3x^{-1} \cdot x^{-3}$   
 50.  $2x^{-3} \cdot x^{-4}$       51.  $x^{-2}y^4 \cdot x^{-1}y^{-3}$       52.  $x^2y^{-3} \cdot x^{-3}y^5$   
 53.  $3x^2y^{-2} \cdot 2x^{-3}y$       54.  $2xy^2z^{-1} \cdot x^{-3}y^{-1}z^2$   
 55.  $2^{-1}x^{-2}y^2 \cdot 2^3x^{-2}y^{-4}$       56.  $4x^{-1}y^{-4} \cdot 3^{-2}x^2y^{-1}$   
 57.  $2^{-2}x^3y^{-1} \cdot 2^3x^{-3}y^3$       58.  $3^{-3}x^{-2}y^4 \cdot 3^4xy^{-2}$   
 59.  $(x^2)^{-3}$       60.  $(x^{-1})^4$   
 61.  $(x^{-3})^{-2}$       62.  $(2x^{-2})^{-2}$   
 63.  $(x^2y^{-1})^2$       64.  $(x^{-2}y^{-3})^3$   
 65.  $(x^{-1}y^2)^{-3}$       66.  $(x^{-3}y^{-1})^{-2}$   
 67.  $(x^4y^{-2}z^{-4})^{-\frac{1}{2}}$       68.  $(x^{-6}y^3z^{-9})^{-\frac{2}{3}}$   
 69.  $(x^{-1}y^2)^3(x^{-2}y^2)^{-3}$       70.  $(x^2y^{-1})^2(xy^2)^{-2}$   
 71.  $(x^{-3}y^{-1})^{-2}(x^2y)^{-1}$       72.  $(x^4y^{-2})^{-2}(x^{-4}y^{-3})^{-1}$   
 73.  $(2x^{-1}y^3)^2(2^{-1}x^{-2}y)^{-3}$       74.  $(2^{-2}xy^{-3})^{-2}(2^{-3}x^{-1}y)^2$   
 75.  $(2^3a^{-3}b^{-1})^{\frac{1}{2}}(2a^{-1}b^{-3})^{-\frac{1}{2}}$       76.  $(3^{-2}a^3b^{-2})^{-\frac{1}{3}}(3a^{-6}b^4)^{\frac{1}{3}}$   
 77.  $(3x^{-1} + 2)(x^{-1} - 3)$       78.  $(2x^{-1} + y^{-2})(x^{-1} - y^{-2})$   
 79.  $(x^{-1} + 2)^2$       80.  $(2x^{-1} - y^{-1})^2$   
 81.  $\frac{2^{-1}}{2^2}$       82.  $\frac{3^{-2}}{3}$       83.  $\frac{2^{-2}}{2^3}$   
 84.  $\frac{3^{-1}}{3^3}$       85.  $\frac{5}{5^{-1}}$       86.  $\frac{2}{2^{-4}}$   
 87.  $\frac{2^3}{2^{-1}}$       88.  $\frac{3^2}{3^{-2}}$       89.  $\frac{7^{-4}}{7^{-6}}$