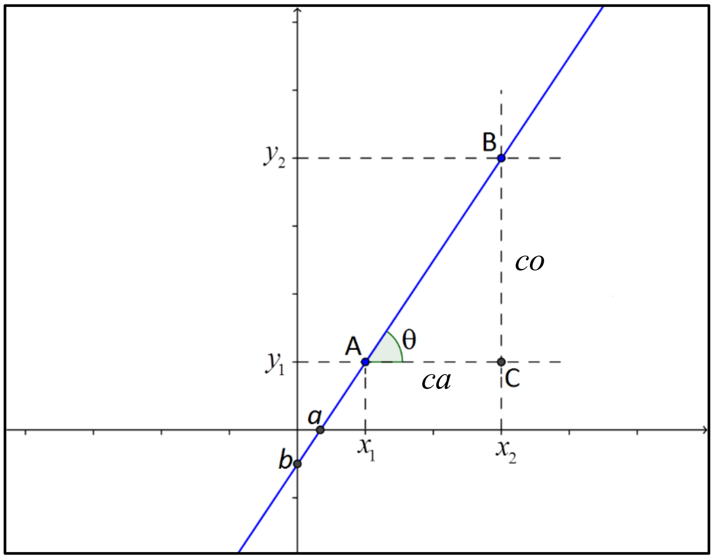
LÍNEA RECTA

Definición: Conjunto de puntos cuyos segmentos que unen dos puntos cualesquiera del conjunto tienen la misma pendiente.

Pendiente: la pendiente de un segmento de recta es la tangente de su ángulo de inclinación.



$$m = \tan\theta = \frac{co}{ca} = \frac{CB}{AC}$$

$$\underline{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}}\Bigg|$$

Donde:

$A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2)$ y $C(x_2, y_1)$

a es la abscisa al origen

b es la ordenada al origen

Si al punto **B** le asignamos cualquier coordenada (x, y), entonces la ecuación de la pendiente se transforma en: $m = \dfrac{y - y_1}{x - x_1}$ y $x - x_1$ pasa del otro lado de la igualdad como:

$$\underline{y - y_1 = m(x - x_1)}\Big|$$ **Ecuación Punto – Pendiente**

Al despejar a y obtenemos:

$$y = mx - mx_1 + y_1 \qquad b = -mx_1 + y_1$$

$$\underline{y = mx + b}\Big|$$ **Ecuación Pendiente – Ordenada**

La forma más común de encontrar a la ecuación de una recta es en su forma general:

$$\underline{Ax + By + C = 0}\Big|$$ **Ecuación General**

De donde se puede obtener por medio de despeje, a m y a b como:

$$m = -\frac{A}{B} \quad \text{y} \quad b = -\frac{C}{B}$$

Partiendo de la ecuación general y mediante un tratamiento algebraico obtenemos la siguiente ecuación:

$$\underline{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}\Bigg|$$ **Ecuación Simétrica**

$$a = -\frac{C}{A} \quad \text{y} \quad b = -\frac{C}{B}$$

Condición de paralelismo

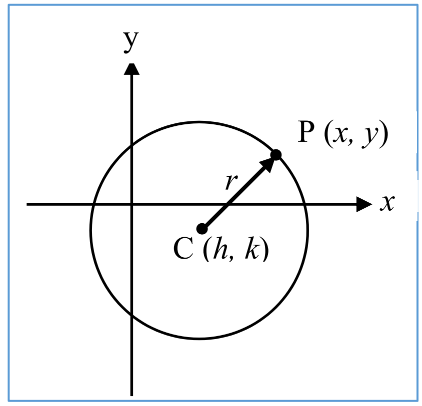
$$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

Condición de Perpendicularidad

$$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$

CIRCUNFERENCIA

Definición: Una circunferencia es un conjunto de puntos en un plano equidistantes de un punto fijo. El punto fijo se llama el centro de la circunferencia y la distancia entre el centro y cualquier punto de la circunferencia, se llama radio de la circunferencia.



Ecuación ordinaria:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Si $h = k = 0$, el centro está en el origen, y la ecuación recibe el nombre de ecuación canónica:

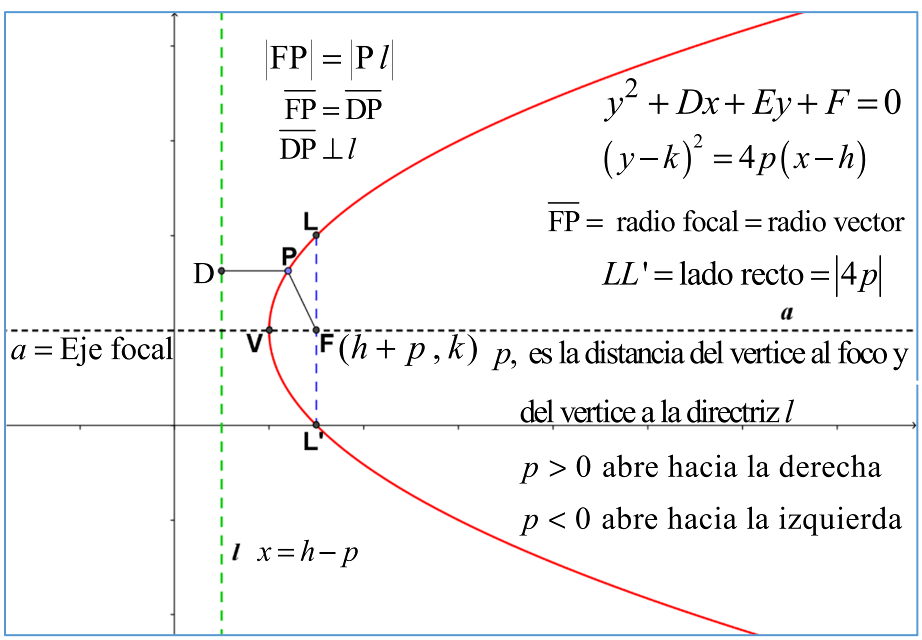
$$x^2+y^2=r^2$$

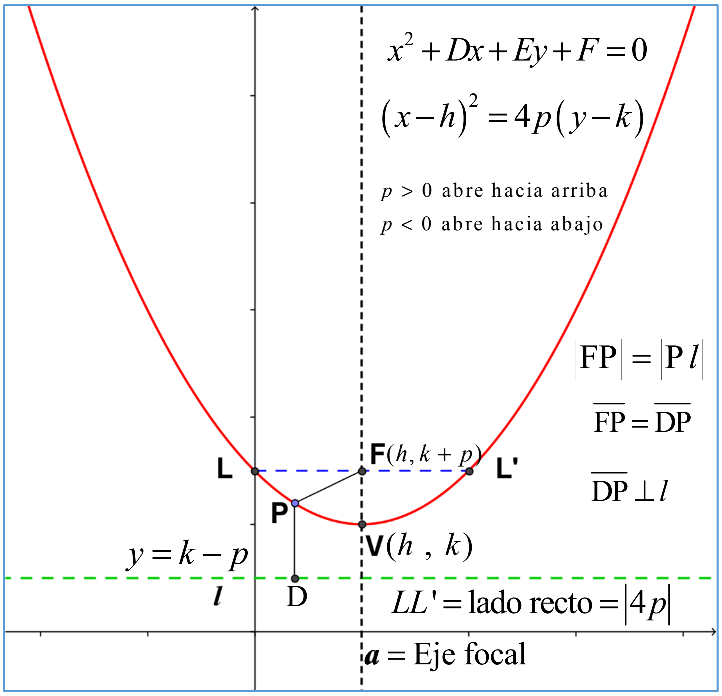
Si partimos de la ecuación ordinaria y desarrollamos los binomios al cuadrado e igualamos la expresión a cero tenemos la forma general de la ecuación de una circunferencia:

$$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$$

PARÁBOLA

Definición: una parábola es el conjunto de los puntos de un plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz, la cual no contiene al foco.





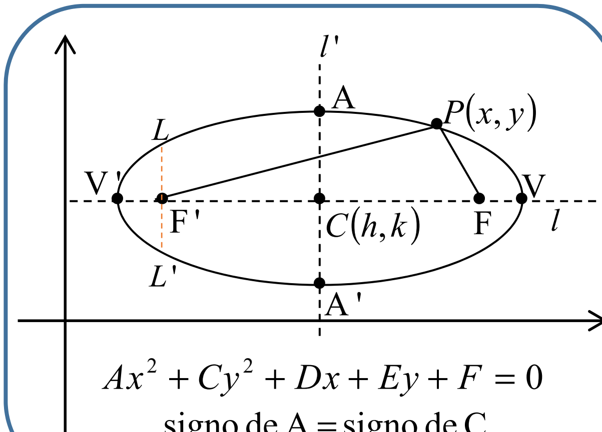
ELIPSE

Definición: la elipse es el lugar geométrico de todos los puntos tales que la suma de las distancias de cualquiera de ellos a dos puntos fijos, llamados focos, es constante e igual a la longitud del eje mayor.

l = Eje Focal VV' = Eje Mayor

l' = Eje Normal AA' = Eje Menor

FF' = Distancia Focal LL' = Lado recto

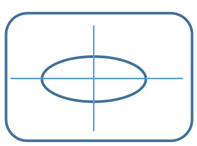


$$Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

signo de A = signo de C

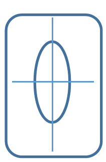
- **Eje focal || al eje *x*.**

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$



si $h=k=0$: $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$

- **Eje focal || al eje *y*.**



$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

si $h=k=0$: $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$

Para ambos casos:

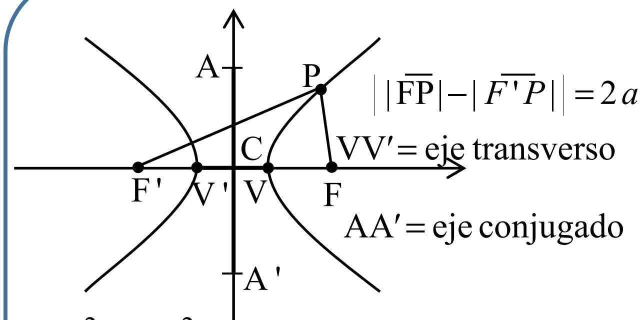
$a^2=b^2+c^2$; $VV'=2a$; $AA'=2b$; $FF'=2c$

Lado recto $=\dfrac{2b^2}{a}$

Excentricidad $=e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}<1$

HIPÉRBOLA

Definición: La hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos tales que la diferencia de las distancias de cualquiera de ellos a dos puntos fijos, llamados focos, es constante e igual a la longitud del eje transverso.

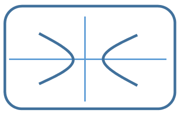


$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

signo de A $\neq$ signo de C

- **Eje focal || al eje *x*.**

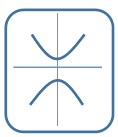
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



si $h = k = 0$: $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$

- **Eje focal || al eje *y***

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



si $h = k = 0$: $b^2y^2 - a^2x^2 = a^2b^2$

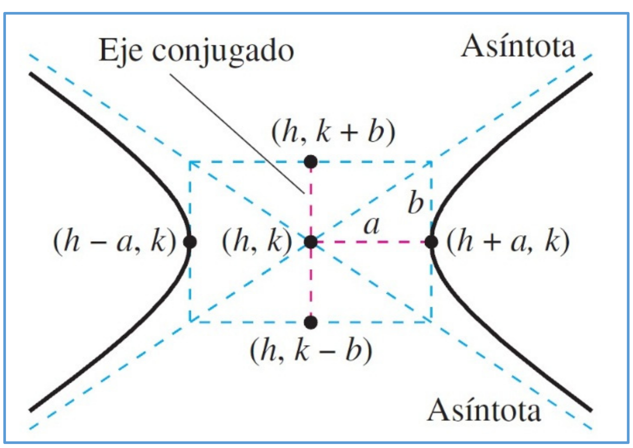
Para ambos casos:

$c^2 = a^2 + b^2$; $VV' = 2a$; $AA' = 2b$; $FF' = 2c$

Lado recto = $\dfrac{2b^2}{a}$

Excentricidad = $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} > 1$

ASÍNTOTAS



Asíntotas de una hipérbola

Si el eje transverso es *horizontal*, las ecuaciones de las asíntotas son

$$y = k + \frac{b}{a}(x-h) \qquad \text{y} \qquad y = k - \frac{b}{a}(x-h).$$

Si el eje transverso es *vertical*, las ecuaciones de las asíntotas son

$$y = k + \frac{a}{b}(x-h) \qquad \text{y} \qquad y = k - \frac{a}{b}(x-h).$$

Ejercicios de Apoyo de Geometría, Trigonometría y Geometría Analítica

1) Convertir en radianes los ángulos sexagesimales (con cuatro cifras significativas) siguientes:

a) 45° =
b) 25° =
c) 18° =
d) 115° =
e) 320° =
f) 75° =
g) 90° =
h) 25°30′ =
i) 8°40′ =
j) 5°52′25″ =
k) 26°50′30″ =
l) 12°6′45″ =
m) 8°30′20″ =

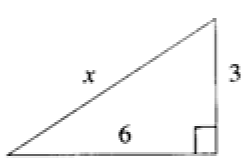
2) Convertir en grados y minutos sexagesimales los ángulos dados en radianes:

a) $\frac{\pi}{2} =$
b) $\frac{\pi}{16} =$
c) $\frac{\pi}{30} =$
d) $\frac{2\pi}{7} =$
e) $\frac{3\pi}{5} =$
f) $\frac{4\pi}{9} =$
g) $\frac{2\pi}{5} =$

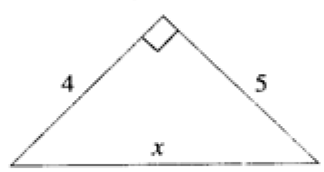
TRIANGULOS

3) En los triángulos rectángulos siguientes, calcula el valor de *x*, aplicando el teorema de Pitágoras.

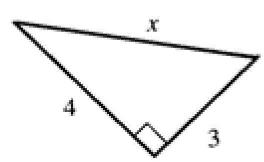
a)



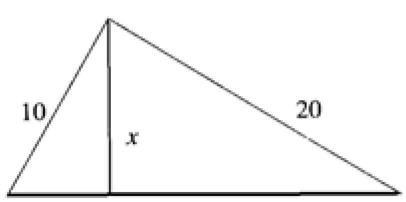
b)



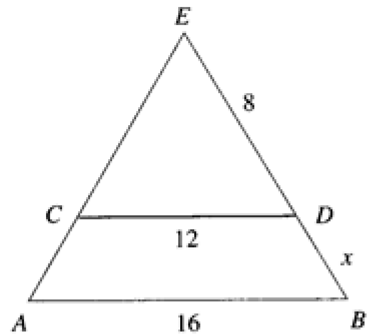
c)



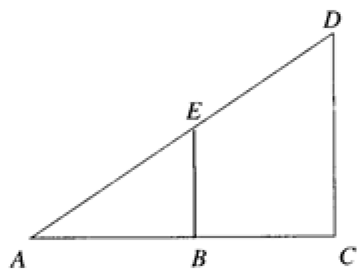
4) Calcular la altura *x*.



5) En la figura calcular x.



6) En la figura $EB \parallel CD$.

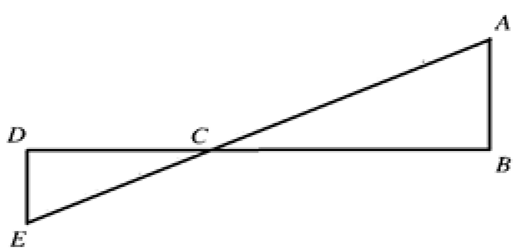


$\overline{AB} = 2$

$\overline{BC} = 19$

$\overline{BE} = 5$ Calcular $\overline{CD}$

7) En la figura $AB \parallel DE$; $AB \perp BD$.

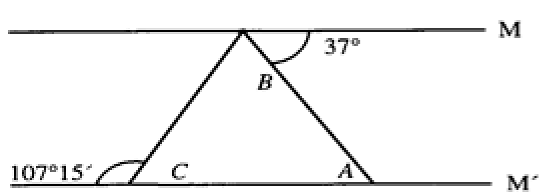


$\overline{DE} = 4$

$\overline{CD} = 5$

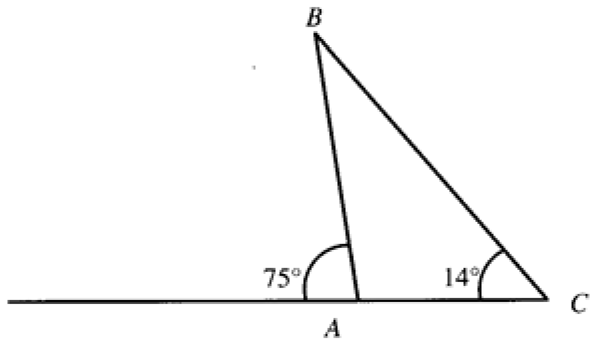
$\overline{BC} = 9$ Calcular $\overline{AB}$

8) En el $\Delta\, ABC$ con $M \parallel M'$. Calcular el valor de los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$.

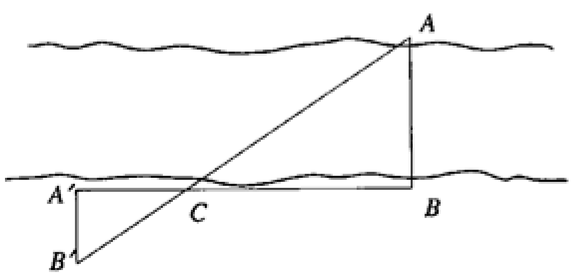


9) Dos ángulos de un triángulo miden 48° y 37° respectivamente. ¿Cuánto mide el tercer ángulo y cada uno de los ángulos exteriores?

10) Calcular $\hat{A}$ y $\hat{B}$ del triángulo ABC.



11) Calcula $\overline{AB}$ que corresponde a la anchura de una barranca con:

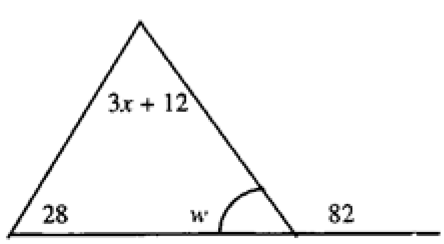


$\overline{BC} = 25$ m

$\overline{A'C} = 5$ m

$\overline{A'B'} = 3$ m

12) En la figura calcula el valor del ángulo w y el valor de x.



TRIGONOMETRIA

1. Si se tiene la función trigonométrica de un ángulo, calcula las demás funciones del mismo ángulo, en el primer cuadrante. Usa el teorema de Pitágoras.

a) $\operatorname{sen} A = \frac{5}{7}$	b) $\sec B = \frac{9}{5}$	c) $\tan D = \frac{4}{7}$
d) $\csc D = \frac{17}{6}$	e) $\cos B = \frac{3}{5}$	f) $\sec A = 4$
g) $\tan A = 0.4$	h) $\cot B = 5$	i) $\csc A = \frac{5}{3}$
j) $\cot D = \frac{5}{3}$	k) $\sec G = 4$	l) $\operatorname{sen} A = \frac{5}{7}$

Es conveniente en este tipo de problemas y siempre que sea posible, trazar la figura correspondiente.

2. Una escalera de 8.50 m de longitud está apoyada en una pared. ¿Qué altura alcanza si forma con el suelo un ángulo de 65°?

3. Un rectángulo mide 21 cm de largo por 13 cm de ancho. Calcula la longitud de la diagonal y el ángulo formado por ésta y el mayor de los lados.

4. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores de un triángulo isósceles, si su base mide mide 3.25 cm y su altura 1.15 cm?

5. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores de un triángulo isósceles cuya base mide 2.34 m y cada uno de los lados iguales 2.5 m?

6. Un triángulo equilátero está inscrito en un círculo de 12 cm de radio. Obtener la longitud del lado.

7. Determinar el ángulo de elevación del Sol, si un poste de 7 m de altua proyecta una sombra de 2.5 m.

8. A 57 m del pie de una antena de radiodifusión, el ángulo de elevación en su extremo superior es de 29°37′. ¿Cuál es la altura de la antena si la del aparato con que se mide el ángulo es de 1.45 m?

9. Desde un observatorio situado a 35 m sobre el nivel del mar se localiza una embarcación con un ángulo de depresión de 6°15′. Determina cuál es la distancia de la embarcación a la base del observatorio.

10. A 27 m de la base de una columna, se miden los ángulos de elevación del borde superior de la columna y del extremo más alto de una estatua. Los ángulos medidos son de 57°32′ y 56°10′. Determina cuál es la longitud de la estatua.

11. El área de un triángulo equilátero es igual a $25\sqrt{2}\ m^2$. Si su altura es de $5\sqrt{2}$ m, ¿cuánto mide su perímetro?

12. El tirante de un punte forma un ángulo de 38°50′ con la horizontal. ¿Cuál es la altura del puente donde está colocado el tirante si tiene una longitud de 64 m?

TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Obtener los datos que se indican para cada uno de los triángulos oblicuángulos siguientes:

1. Datos / Incógnitas

Datos	Incógnitas
$A = 25°26'$	$C =$
$B = 47°$	$b =$
$a = 13.24$	$c =$

2. Datos / Incógnitas

Datos	Incógnitas
$A = 70° 26'$	$a =$
$B = 58° 30'$	$C =$
$b = 0.725$	$c =$
	$S =$

3. Datos / Incógnitas

Datos	Incógnitas
$a = 31.50$	$B =$
$b = 24.47$	$C =$
$A = 57°22'$	$c =$

4. Datos / Incógnitas

Datos	Incógnitas
$a = 9612$	$B =$
$c = 6234$	$C =$
$A = 37°18'$	$b =$

LÍNEA RECTA

1) Determina la pendiente y la longitud del segmento AB, dados los puntos:
   a) A(6,–4), B(–3,2) b) A(–8,–5) y B(4,3) c) A(–1,5) y B(3,1)

   d) A(1,5) y B(5,1) e) A(–2,5) y B(4,–3) f) A(–4,3) y B(–3,–1)

2) Encuentra las coordenadas del punto medio del segmento de recta que une a los siguientes pares de puntos:
   a) A(–2,4) y B(6,–8) b) A(2,–5) y B(–4,1) c) A(10,–9) y B(–8,–1)

   d) A(6,3) y B(8,9) e) A(1,3) y B(6,9) f) A(–1,3) y B(4,–5)

3) Determinar *x* de modo que la pendiente de la recta que une a (2,1) con (*x*,7) sea 3.
4) Determinar si la recta que pasa por los puntos (6,0), (0,4) y la que pasa por (0,2), (3,0) son ||.
5) La recta que pasa por (6,–4) y (–3,2) es || a la que pasa por (2,1) y (0, *y*), calcular el valor de *y*.
6) Para qué valor de *y* la recta que pasa por (–1, *y*) y (3,8) es $\perp$ a la que pasa por (4,5) y (2,4).
7) La recta que pasa por (2,5) y (–3,–2) es $\perp$ a la que pasa por (4,–1) y (*x*, 3). Calcular el valor de *x*.
8) Calcula la pendiente, el ángulo de inclinación, las ecuaciones punto-pendiente y general de la rectas formadas por los puntos:
   a) A(1,5) y B(3,11) b) A(2,1) y B(-1,4) c) A(2,1) y B(3,3)

   d) A(4,0) y B(2,1) e) A(–1,1) y B(3,–3) f) A(–5,2) y B(–2,3)

9) Encuentra gráficamente y analíticamente la intersección de los siguientes pares de rectas:

   a) $\begin{aligned} l_1 &: 2x+6y-11=0 \\ l_2 &: 2x+3y-2=0 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} l_1 &: 4x-3y-2=0 \\ l_2 &: 5x+y+7=0 \end{aligned}$

   c) $\begin{aligned} l_1 &: 3x-2y-7=0 \\ l_2 &: 2x-3y-3=0 \end{aligned}$ d) $\begin{aligned} l_1 &: 5x+4y-2=0 \\ l_2 &: 2x+3y-5=0 \end{aligned}$

   e) $\begin{aligned} l_1 &: 3x-y-2=0 \\ l_2 &: x+y-6=0 \end{aligned}$ f) $\begin{aligned} l_1 &: 3x+y-7=0 \\ l_2 &: 2x-y-3=0 \end{aligned}$

CIRCUNFERENCIA

10) Encuentra la ecuación de la circunferencia si el centro y el radio son:

a) C(3, -2), r = 6 b) C(4, -1), r = 3 c) C(0, 0), r = 5

11) Encuentra la ecuación de la circunferencia con centro en el punto C(-3,4) y que pasa por el punto A(5,1).

12) Encuentra la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento que une a los puntos A(5, -1) y B(-7, -5).

13) Encuentra la ecuación ordinaria, las coordenadas del centro y determina el radio de la circunferencia representada por la siguiente ecuación general:

a) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 12 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 12 = 0$ d) $3x^2 + 3y^2 - 9x + 12y - 21 = 0$

e) $2x^2 + 2y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$ f) $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$